

# Einstein und die Gravitationswellen

Dr. Wolfgang Steinicke

## Einleitung

Bereits kurze Zeit nach der Formulierung der Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) gelang Einstein (Abb. 1) eine genäherte Lösung, die offenbar Gravitationswellen beschrieb. Die weitere theoretische Behandlung dieses Phänomens war nicht frei von Kontroversen. Immer wieder kamen Zweifel an der Existenz von Gravitationsstrahlung und der von Einstein abgeleiteten „Quadrupolformel“ auf. Dies legte sich erst, als konsistente Methoden entwickelt wurden, die die besondere Struktur der ART, vor allem ihre Nicht-Linearität, berücksichtigen. Parallel gab es experimentelle Befunde, hier vor allem im Zusammenhang mit dem „Binär-Pulsar“, die nur durch Gravitationswellen erklärt werden können. Dies hat zu gewaltigen Anstrengungen bei der Errichtung von Gravitationswellen-Detektoren geführt – ein direkter Nachweis steht allerdings noch aus.

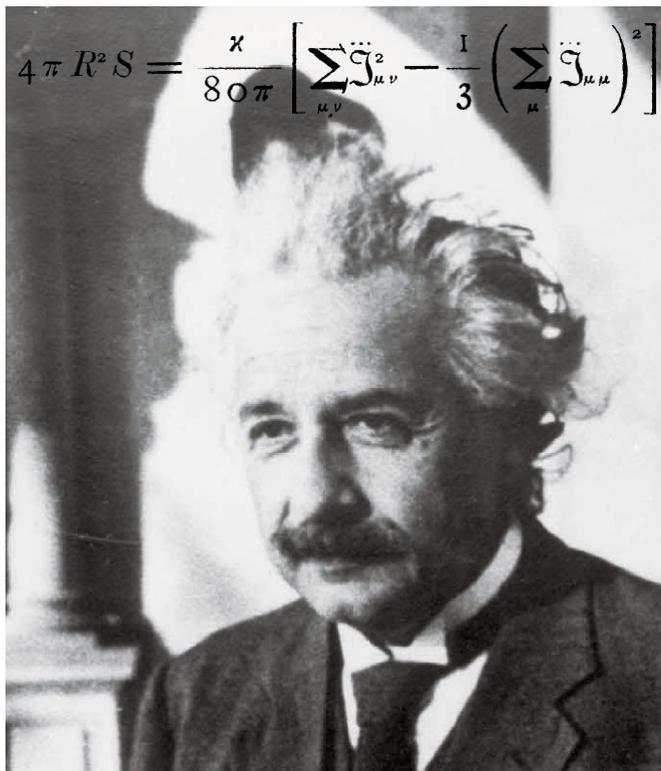


Abb. 1: Albert Einstein (1879-1955) – Begründer der Theorie der Gravitationswellen

## Einsteinsche Feldgleichungen der Gravitation

Die 1915 von Albert Einstein formulierte Allgemeine Relativitätstheorie enthält als zentrales Element die Feldgleichungen der Gravitation. Diese wurden unabhängig, im selben Jahr, auch von David Hilbert gefunden. In der Einsteinschen Fassung lauten sie:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu}$$

mit  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  (Einsteinsche Gravitationskonstante). Die linke Seite enthält die Metrik und den Krümmungstensor ( $g, R$ ) eines Riemannschen Raumes, beschreibt also die Raum-Zeit-Struktur. Die rechte Seite enthält den Energie-Impuls-Tensor ( $T$ ), beschreibt also die Materie. Liest man die Gleichung von rechts nach links, so bestimmt die Materieverteilung (Masse, Energie) die Geometrie und die Maßverhältnisse der Raum-Zeit. Umgekehrt bestimmt die Krümmung die (kräftefreie) Bewegung der Materie. Schon früh wurde erkannt, dass die expliziten Bewegungsgleichungen eine direkte Folge der Feldgleichungen sind. In der Newtonschen Theorie sind dies unabhängige Elemente.

## Exakte und genäherte Lösungen

Exakte Lösung der Feldgleichungen zu finden, ist ein schwieriges mathematisches Problem, handelt es sich doch um ein nicht-lineares System partieller Differentialgleichungen für vier-dimensionale Riemannsche Tensorfelder. Dies gelingt nur unter besonderen Annahmen. Der entscheidende Gesichtspunkt ist hierbei die Symmetrie. Eine erste exakte Lösung fand Karl Schwarzschild 1916. Er betrachtete den Außenraum einer kugelsymmetrischen Massenverteilung. Hier verschwindet der Energie-Impuls-Tensor und die Metrik hängt nur von einer radialen Koordinate ab. Die resultierende Raum-Zeit-Struktur („Schwarzschild-Metrik“) führte später zum Begriff „Schwarzes Loch“. Sie ist durch einen „Ereignishorizont“ gekennzeichnet, der die zentrale Singularität abschirmt. Eine Verallgemeinerung auf den zylindersymmetrischen Fall („rotierendes Schwarzes Loch“) gelang Roy Kerr 1963. Eine ganze Familie exakter Lösungen resultiert aus dem „kosmologischen Problem“. Die von Robertson und Walker 1935 formulierte Metrik beschreibt einen Kosmos mit homogener, isotroper Massenverteilung (hier ist also der Energie-Impuls-Tensor nicht Null). Dies sind nur die bekanntesten Lösungen, denen auch eine gewisse „Physikalität“ zuerkannt wird. Daneben gibt es Exoten, wie den Gödelschen Kosmos, der geschlossene Zeitlinien zulässt. Ungelöst ist dagegen weiterhin das „Zwei-Körper-Problem“ – in der Newtonschen Physik ein trivialer Fall.

Bereits Einstein erkannte, dass genäherte Lösungen der Feldgleichungen möglich sind. Dabei führen Annahmen über die Struktur der Metrik zu deutlich einfacheren Gleichungen. Diese lassen sich durch geeignete Approximationsverfahren bis zu einer vorgegebenen Genauigkeit (ausgedrückt durch Potenzen eines geeigneten „Entwicklungsparameters“) lösen. Aus heutiger Sicht unterscheiden wir folgende Fälle:

### a) „weak-field approximation“

Grundlage ist die Annahme eines „schwachen Feldes“, d.h. die Metrik beschreibt geringe Abweichungen vom flachen Raum („Minkowskiraum“). Dies führt, wie Einstein bereits 1916 zeigen konnte, zu einer Linearisierung der Feldgleichungen und in der Folge zu „Gravitationswellen“. Man spricht daher auch von der „linearen Näherung“.

### b) „slow-motion approximation“

Ist das Feld nicht nur schwach sondern sind darüber hinaus auch die Geschwindigkeiten der Materieteilchen klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit ( $v \ll c$ ), so führt dies zur „post-Newtonschen Dynamik“. Dies bedeutet eine Entwicklung nach Potenzen von  $v/c$ . Das klassische Beispiel ist ein „gebundenes System“ (Sonne und Planet). Bereits 1915 hat Einstein diesen Fall untersucht und beschrieb die Effekte der Lichtablenkung im Gravitationsfeld, der Gravitationsrotverschiebung und die Periheldrehung (am Beispiel des Merkur). In dieser Näherung konnte Einstein 1918 die berühmte „Quadrupolformel“ ableiten, die den Energieverlust durch Gravitationswellen beschreibt.

### c) „fast-motion approximation“

Hier sind beliebige Geschwindigkeiten ( $v < c$ ) möglich, gleichzeitig geht man über die „lineare Näherung“ (1. Näherung) hinaus und berücksichtigt bis zu einem gewissen Grad nicht-lineare Effekte („self-gravitation“) – und damit die Essenz der ART. Die 2. Näherung wird „post-linear“, die 3. Näherung „post-post-linear“ genannt. Damit lässt sich z.B. die Streuung von Teilchen im Gravitationsfeld (z.B. in der Nähe eines Schwarzen Loches) berechnen. Mit dem Grad der Näherung wird die Rechnung schnell äußerst aufwändig.

## Gravitationswellen und Einsteins „Quadrupolformel“

In der Arbeit „Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation“ aus dem Jahr 1916 [1] formulierte Einstein erstmals einen Lösungsansatz für schwache Felder („weak-field approximation“). Dieser hat die Form

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

Dabei bezeichnet  $\eta$  die Minkowski-Metrik (4-dimensionale Raum-Zeit ohne Krümmung) und  $h$  eine kleine Abweichung. Eingesetzt in die Feldgleichungen, unter Vernachlässigung aller höheren Terme (ab  $h^2$ ), ergibt sich eine Linearisierung. Der gewählte Ansatz führt also zu einer dramatischen Vereinfachung (so ist bei linearen Differentialgleichungen die Summe zweier Lösungen wieder eine Lösung). Einstein erkannte schnell, dass eine aus  $h$  abgeleitete Größe (unter Anwendung einer speziellen „Eichung“) eine klassische Wellengleichung erfüllt! Damit ergibt sich eine Analogie zur Maxwellschen Elektrodynamik. Gravitative Wirkungen haben also – zumindest in dieser einfachen Form der Theorie – Wellencharakter. Gravitationswellen sind dabei periodische Veränderungen des „Potentials“  $h$ , die sich in der flachen Raum-Zeit ausbreiten (man rechnet also auf der Basis der Speziellen Relativitätstheorie!). Von einer zeitlich veränderlichen Raum-Zeit-Struktur ist hier nicht die Rede; alle nicht-linearen Aspekte sind auf der Strecke geblieben. Dies war auch

Einstein bewuszt, indem er eingangs bemerkte: „Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die  $g_{\mu\nu}$  in erster Näherung zu betrachten.“

Einstein verfolgte dieses Thema weiter und veröffentlichte 1918 eine zentrale Arbeit mit dem Titel „Über Gravitationswellen“ [2]. Dabei korrigierte er auch einen folgenreichen Schreibfehler in der Publikation von 1916. Einstein konnte mittels einer weiteren Vereinfachung („slow-motion approximation“) folgende grundlegende Resultate ableiten:

- Gravitationswellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus; damit war auch erstmals gezeigt, dass gravitative Wirkungen nicht „instantan“ erfolgen, wie Newton behauptet hatte.
- Die Quelle muss ein zeitlich veränderliches „Massen-Quadrupolmoment“ besitzen; im Gegensatz zur Elektrodynamik, wo eine schwindende Ladung (elektrisches Dipolmoment) ausreicht, wird hier eine Art „rotierende Hantel“ benötigt.

Einstein konnte auch eine Formel für den Energieverlust, der bei einer solchen Bewegung auftritt, angeben. Dies ist die berühmte „Quadrupolformel“:

$$4\pi R^2 \bar{S} = \frac{\kappa}{80\pi} \left[ \sum_{\mu,\nu} \ddot{\mathfrak{J}}_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{3} \left( \sum_{\mu} \ddot{\mathfrak{J}}_{\mu\mu} \right)^2 \right]$$

Die in den gesamten Raum pro Zeiteinheit abgestrahlte Energie hängt mit der dritten zeitlichen Ableitung des Massen-Quadrupolmoments zusammen. Welche Quellen kommen in Frage? Durch die Konstante  $\kappa$  ergibt sich ein Faktor  $c^{-4}$ . Der Effekt ist also extrem klein. Einzig große Massen, die sich rasch umkreisen, kommen in Betracht. Enge Doppelsternsysteme sind also potentielle Kandidaten. Prinzipiell beobachtbar wäre eine Zunahme der Winkelgeschwindigkeit, verursacht durch ein stetiges ineinanderspiralen der Sterne (dabei nimmt die Periode ab). Ein extremes Paar ist WZ Sagittae, bestehend aus zwei Sternen der Masse 0,6 und 0,03  $M_{\odot}$ , die sich in nur 1,35 Stunden umkreisen (die kurze Periode ist dabei wichtiger als große Massen). Trotzdem beträgt die Änderung der Winkelgeschwindigkeit nur  $4 \cdot 10^{-7}$  in 10 Jahren. Dies ist kaum messbar; die Zerfallszeit des Systems liegt in der Größenordnung des Alters des Universums!

Immerhin ist ein solcher indirekter Nachweis noch realistischer als ein direkter. Letzterer bedeutet eine periodische Verschiebung von Probekörpern beim Durchgang der Gravitationswellen. So würde eine kreisförmige Anordnung von Massen zu einer Ellipse deformiert. Hätte der Kreis einen Radius von 1 AE (Erdbahnradius = 150 Mio. km), so läge die erwartete Änderung (Amplitude der Gravitationswelle) nur bei 1/10.000 mm! Die Wellenlänge beträgt dabei 1 Lichtjahr. Das klingt nicht sehr vielversprechend.

### Fortschritte der Theorie?

Die Existenz von Gravitationswellen wurde von Beginn an kontrovers diskutiert. 1924 stellte Eddington die Frage, ob die linearisierte Theorie überhaupt auf gravitative Binärsysteme anwendbar sei [3]. Das entscheidende Moment der „Selbstwechselwirkung“ wird unterschlagen. Außerdem kritisierte er Einsteins Behauptung, dass sich Gravitationswellen generell mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Er zeigte, dass dies in beliebigen Koordinatensystemen nur für einen speziellen Fall (Wellen vom Typ „transversal-transversal“) gültig ist. In den anderen (beiden) Fällen ist die Geschwindigkeit durch die Theorie nicht fixiert; Eddington spricht hier (etwas provokant) von einer Ausbreitung mit einer willkürlichen „speed of thought“. Er korrigierte außerdem einen fehlerhaften Faktor „2“ in Einsteins Quadrupolformel.

Kurioserweise bekam Einstein später Zweifel ob Gravitationsstrahlung überhaupt existiert. 1936 verfasste er mit Nathan Rosen ein Manuskript mit dem Titel „Do Gravitational Waves Exist?“. In diesem Zusammenhang schrieb Einstein an Max Born [4]: „Ich habe zusammen mit einem jungen Mitarbeiter [Rosen] das interessante Ergebnis gefunden, daß es keine Gravitationswellen gibt, trotzdem man dies gemäß der ersten Approximation für sicher hielt. Dies zeigt, daß die nichtlinearen allgemein relativistischen Feldgleichungen mehr aussagen, bzw. einschränken, als man bisher glaubte.“ Das Manuskript wurde vom renommierten „Physical Review“ nicht angenommen und mit den Kommentaren des (unbekannten) Gutachters an Einstein zurückgesandt. Dieser – derlei Praxis von deutschen Journalen nicht gewohnt – schrieb daraufhin einen wütenden Brief an den Herausgeber (John Tate) und zog die Arbeit kurzerhand zurück. Durch einen Hinweis von Howard Ivor Robertson wurde (wie Leopold Infeld berichtet [5]) Einstein klar, dass seine Argumentation tatsächlich, wie dies

auch schon der Gutachter bescheinigt hatte, fehlerhaft war. Eine vollständig revidierte Fassung erschien 1937 im (weniger bekannten) „Journal of the Franklin Institute“ unter dem (neutralen) Titel „On Gravitational Waves“ [6].

Unabhängig davon wurde die „slow-motion approximation“ weiterentwickelt. Im Jahre 1938 formulierten Einstein, Infeld und Hoffmann die „post-Newtonschen Bewegungsgleichungen“ für gebundene Systeme [7]. Sie beschreiben die Bewegung von Teilchen in schwachen Feldern bei kleinen Geschwindigkeiten – bis zur Ordnung  $(v/c)^4$  – und stellen eine Verallgemeinerung der Newtonschen Bewegungsgleichung dar. Ohne die „EIH-Gleichungen“ wären Missionen von Raumsonden im Planetensystem nicht realisierbar. In dieser Näherung bleibt die Energie konstant, d.h. Gravitationsstrahlung tritt nicht auf.

Gewisses Aufsehen erregte eine Arbeit von Ning Hu aus dem Jahre 1947, inspiriert von der EIH-Methode [8]. Darin wurde gezeigt, dass die Energie in der nächsten Ordnung, wenn also Terme mit  $(v/c)^5$  berücksichtigt werden, nicht mehr konstant ist. Das einzige Problem: Die resultierende „Quadrupolformel“ beschreibt eine Einstrahlung! In der Folge wurde diskutiert ob Strahlungsdämpfung, also der Energieverlust in Binärsystemen, im Kontext der „slow-motion approximation“ überhaupt existiert.

Betrachtet man die Zeit zwischen 1925 und 1955, so lassen sich, trotz anfänglicher Euphorie über die neue Theorie, kaum wesentliche Fortschritte feststellen [9]. Es gab nur wenige experimentelle Bestätigungen und das theoretische Gebäude war für viele Physiker schlicht zu kompliziert. Bezogen auf das Strahlungsproblem führte dies zu verwirrenden, oftmals kontroversen Aussagen. Es mangelte an einer klaren physikalischen Marschrichtung und gleichzeitig an erfolgversprechenden mathematischen Methoden und Ideen. Eine Ausnahme bildete die Kosmologie: Die relativistischen Weltmodelle passten sehr gut zur beobachteten Expansion und zum Szenario des Urknalls.

Ein anderer Grund war die gleichzeitig stattfindende rasante Entwicklung der Quantenmechanik. Hier gab es für Theoretiker deutlich mehr zu gewinnen, zumal die experimentelle Seite sich gleichermaßen erfolgreich entwickelte. Dagegen widersetzte sich die (nicht-lineare) ART allen Versuchen sie mit der (linearen) Quantentheorie zu kombinieren. Auch Einsteins klassischer Ansatz einer vereinheitlichten Feldtheorie, unter Einbeziehung der Elektrodynamik, scheiterte. Kein gutes Pflaster also für Fortschritte in der Gravitationstheorie: Die Feldgleichungen standen wie ein Monument da – und kaum jemand wusste etwas damit anzufangen. Es gab nur einen kleinen Kreis von „Relativisten“, deren Publikationen wenig Beachtung fanden.

Die Ursache des Dilemmas liegt in der Struktur der ART selbst. Dies wird deutlich, wenn wir von der Newtonschen Gravitationstheorie ausgehen. Die Raum-Zeit ist dort nicht Teil der Dynamik. Kräfte und Bewegungen spielen sich vor dem Hintergrund von absolutem Raum und absoluter Zeit ab. Die „Beeinflussung“ ist also einseitiger Natur – es gibt keine „Wirkung“ der physikalischen Objekte auf diesen Hintergrund. Dies drückt sich auch darin aus, dass die Bewegungsgleichung  $m\vec{a} = \vec{F}$  (in der die träge Masse vorkommt) völlig unabhängig von der Feldgleichung  $\Delta\phi = 4\pi G\mu$  ist (in der die schwere Masse vorkommt; hier in Form der Massendichte  $\mu$ ). Beide Gesetze sind eigenständige Bestandteile der Theorie. Gleiches gilt auch in der Elektrodynamik.

In der ART liegen die Dinge, als Folge des Äquivalenzprinzips, also der Gleichheit von träger und schwerer Masse, grundlegend anders. Hier ist die Raum-Zeit nicht isoliert, sondern wesentlicher Teil der Dynamik. Die ART beschreibt gleichzeitig die Physik der Ereignisse und die Physik des Hintergrundes auf dem die Ereignisse stattfinden! Konsequenz ist, dass die Bewegungsgleichungen eine Folge der Feldgleichungen und somit kein unabhängiger Bestandteil der Theorie sind. Diese Verquickung, die auch die Nicht-Linearität zur Folge hat (das Gravitationsfeld ist selbst Quelle), macht die Theorie zwar vom philosophischen Standpunkt aus äußerst attraktiv, führt aber zu großen mathematischen Problemen bei der konkreten Handhabung. Damit zusammenhängend ist ein weiterer Gesichtspunkt von Bedeutung: die „allgemeine Kovarianz“ (Forminvarianz der Gesetze unter beliebigen Koordinatentransformationen). Es ist oftmals schwer zu entscheiden, was auf „Koordinateneffekte“ zurückzuführen ist und was als „echte“ Physik betrachtet werden muss. So lässt sich z.B. der Horizont eines Schwarzen Loches durch eine spezielle Koordinatenwahl (Kruskal-Koordinaten) „wegtransformieren“. Es handelt sich also hier (im Gegensatz zur zentralen Singularität) um eine „Koordinatensingularität“.

## Neuer Schwung durch neue Methoden

Ende der 1950er Jahre kam endlich Bewegung in die Theorie. Neue, globale Methoden wurden entwickelt. Ausgangspunkt war das Londoner King's College, repräsentiert durch Felix Pirani, Hermann Bondi (Abb. 2) und Rainer Sachs; etwas später gesellte sich noch Roger Penrose hinzu. Es ging im Wesentlichen um die Frage, was überhaupt eine „Strahlungslösung“ bzw. ein isoliertes, strahlendes System innerhalb der ART sein soll. Pirani formulierte hierzu 1958 wichtige Definitionen. Sie basierten auf Überlegungen von Petrov zur Klassifikation von Lösungen der Einsteinschen Gleichungen. Bondi und Sachs untersuchten 1962 das Fernfeld, also den Bereich weit ab von den Quellen (großer Abstand  $R$ ), und dessen Symmetrieeigenschaften. Sie verwendeten eine „Multipolentwicklung“ (nach Potenzen von  $1/R$ ) und gelangten so zum Begriff des „asymptotisch flachen Raumes“ und der „news function“, als Träger der Information des Gravitationsfeldes [10]. Die 1963 von Penrose verwendete Spinor-Methode (und dessen Verallgemeinerung „Twistor“) war ein entscheidendes Hilfsmittel zur mathematischen Behandlung asymptotisch flacher Räume („conformal treatment of infinity“). Auf der Basis von Symmetrieeigenschaften gelangten Robinson, Trautmann und Kundt 1965 zu einer Familie von Strahlungslösungen, die als „ebene Wellen“ interpretiert werden können.



Abb. 2: Hermann Bondi (1919-2005)

Auch in anderen Bereichen der Relativitätstheorie wurden Fortschritte erzielt. Hintergrund war das neue Forschungsgebiet der „relativistischen Astrophysik“, ausgelöst durch die überraschende Entdeckung von extrem kompakten, hochenergetischen Objekten in den 1960er Jahren: Quasare, Pulsare (Neutronensterne) und Röntgenquellen. Man begann sich intensiv mit der Physik der Schwarzen Löcher, als möglichem Endzustand der Sternentwicklung und Ursache der zentralen Aktivität in Galaxien, zu befassen. Da hier hohe Geschwindigkeiten und starke Gravitationsfelder eine Rolle spielen, musste die „fast-motion approximation“ entwickelt werden. Erste Ansätze einer Lorentz-invarianten Störungsrechnung gab es Anfang der 1960er Jahre. Havas und Goldberg [11] erlebten bereits in der ersten Näherung ein Desaster: Doppelsterne spiraltten auseinander, die Periheldrehung kam falsch heraus. Bertotti und Plebanski [12] berechneten die zweite Näherung („post-linear“), erzielten aber, was das Problem der Strahlung anging, keine schlüssigen Resultate. Das Problem war die konsistente Berechnung des Energieverlustes durch Gravitationsstrahlung innerhalb des Näherungsverfahrens, allgemein als „Strahlungsdämpfung“ („radiation damping“ oder „radiation reaction“) bezeichnet.

Gibt es eine Verbindung zwischen der Iteration der Bewegungsgleichungen in der Nähe der Quelle (kleines  $R$ ) und der Multipolentwicklung in der Fernzone (Abb. 3)? Die Lage war unbefriedigend: Die Rechnungen in der Nahzone hatten keinerlei Bezug zur Fernzone und umgekehrt: Für großes  $R$  ließ sich über die Quellen nichts

aussagen. Erstmals gelang es William Burke 1970 beide Regionen durch ein trickreiches Verfahren („matched asymptotic expansion“) in Beziehung zu setzen [13].

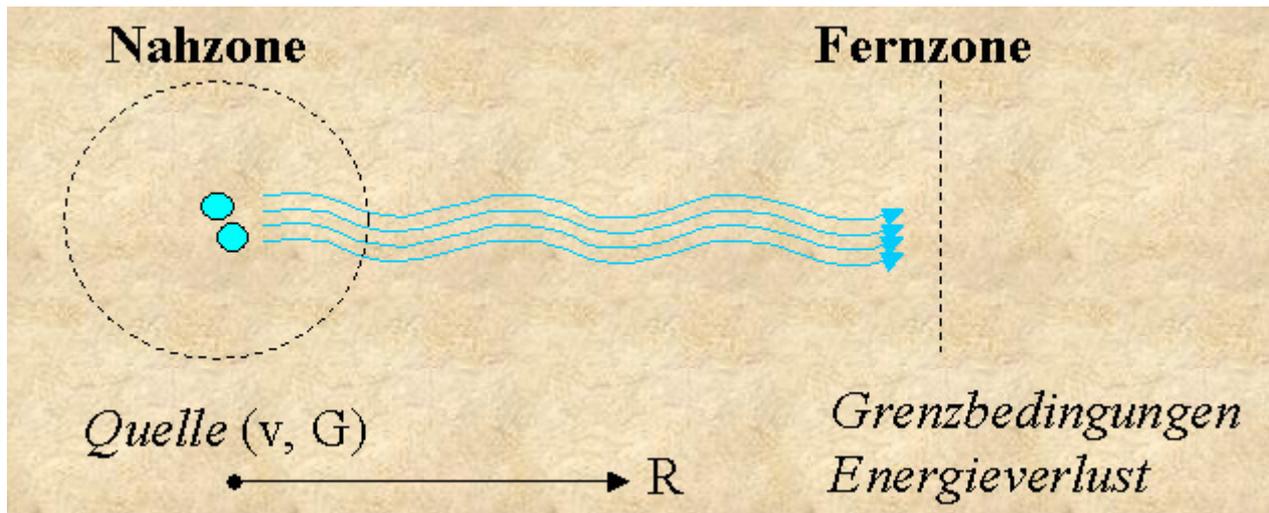


Abb. 3: Gravitationsstrahlung in der Nah- und Fernzone (siehe Text)

Dies zeigt einmal mehr, welcher konstruktive Aufwand getrieben werden muss, um der ART physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu entlocken. Nach wie vor ist aber eine „vollständige“ Lösung des Strahlungsproblems nicht in Sicht. Man stößt schnell auf fundamentale Probleme, wie z.B. die Definition der Energie des Gravitationsfeldes (sie ist bekanntlich nicht lokalisierbar). Die Welt ist also nach Newton (trotz der „philosophischen“ Überlegenheit der ART), was die technischen Aspekte angeht, erheblich komplizierter geworden.

### Neue Experimente, Binär-Pulsar

Die erzielten Fortschritte brachten auch Schwung auf experimenteller Seite. So versuchte Joseph Weber zwischen 1960 und 1969 den direkten Nachweis von Gravitationswellen mit einem 1,5 t Aluminium-Zylinder [14,15]. Der Erfolg blieb aber aus – die Effekte liegen weit jenseits der Nachweisgrenze seiner Detektoren.

Ein Paukenschlag war die Entdeckung des „Binär-Pulsars“ PSR 1913+16 mit dem 300 m-Radioteleskop in Arecibo durch Hulse und Taylor im Jahr 1974 [16]. Hierbei handelt es sich um ein hoch-relativistisches System aus zwei Neutronensternen im Abstand von nur 700.000 km (1,8fache Mond-Entfernung). Die Periheldrehung beträgt  $4,2^\circ/\text{Jahr}$  (im Gegensatz zu  $43''/\text{Jahrhundert}$  bei Merkur). Nachdem enge Doppelsterne, wie z.B. WZ Sge, als Quellen zu schwach waren, konzentrierte sich alle Hoffnung auf dieses System im Sternbild Adler. Trotz der Massen von jeweils etwa  $1,4 M_\odot$  und der kurzen Periode 7,75 Stunden ist auch hier an einen direkten Nachweis von Gravitationsstrahlung nicht zu denken. Die vorhergesagte Periodenabnahme durch den Energieverlust ist dagegen beachtlich. Ohne die besonderen Eigenschaften des beteiligten Pulsars wäre aber auch der Nachweis kaum möglich: Er stellt eine extrem präzise Uhr dar (Periode  $0,0590299952709$  s), womit sich die Systemparameter – insbesondere die Periodenänderung – genauestens bestimmen lassen („Pulsar timing method“).

Bereits nach wenigen Jahren gelang der indirekte Nachweis von Gravitationsstrahlung [17]. Der Binär-Pulsar war ein Meilenstein in der Geschichte der Gravitationswellenforschung. Mit einer Kollision der Komponenten, verbunden mit einem dramatischen Anstieg der Gravitationsstrahlung, ist bei diesem System allerdings erst in ca. 320 Mio. Jahren zu rechnen.

### Probleme mit der Quadrupolformel

Trotz, oder vielleicht gerade wegen der Euphorie anlässlich der Entdeckung des Binär-Pulsars wurde die Quadrupolformel kritisch hinterfragt. Sie ist das zentrale Element bei der Berechnung des Energieverlustes und damit das wichtigste Bindeglied zwischen Theorie und Experiment. Die Interpretation der Daten – im Sinne der Gravitationsstrahlung – hängt also von der gesicherten Ableitung dieser Formel innerhalb des Formalismus der ART ab. Doch darüber gab es Mitte der 1970er Jahre keinen Konsens. Die Einsteinsche Methode konnte, da es sich um eine erste Näherung handelt, nur als grobe Orientierung dienen. Es musste geklärt werden, wie eine Formel für den Energieinhalt bzw. die Energieübertragung des Gravitationsfeldes überhaupt sinnvoll definierbar

ist. Diese kritische Position wurde 1976 von Ehlers, Rosenblum, Goldberg und Havas in ihrer Arbeit „Comments on Gravitational Radiation and Energy Loss in Binary Systems“ eingenommen [18]. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass die Quadrupolformel noch nicht konsistent abgeleitet worden sei. Ehlers et al. diskutierten, wie ein Lorenz-invariantes Näherungsverfahren auszusehen hat.

Diese Publikation erzeugte einigen Wirbel: Offenbar war es nicht so einfach, die experimentellen Befunde im Zusammenhang mit dem Binär-Pulsar zu deuten. Plötzlich schwächelte die Theorie. Walker und Will gingen das Problem 1980 von einer anderen Seite an [19]. Im Gegensatz zu der allgemeinen Darstellung von Ehlers et al., entwickelten sie in ihrer Arbeit „The Approximation of Radiative Effects in Relativistic Gravity: Gravitational Radiation Reaction and Energy Loss in Nearly Newtonian Systems“ einen konkreten Algorithmus. Sie konnten zeigen, dass Strahlungsdämpfung erst in der dritten Näherung herauskommt. Die korrekte Quadrupolformel ergibt sich, wenn erst danach zu kleinen Geschwindigkeiten übergegangen wird. Geht man zu früh zur „slow-motion“ über, ohne die notwendige „Nicht-Linearität“ wirken zu lassen, ergeben sich falsche Formeln, wie an Beispielen (Hu oder Havas & Goldberg) gezeigt wurde. Die von Einstein verwendete, lineare Näherung ist gänzlich hoffnungslos, sie vernichtet die Essenz der ART!

Auf dieser konstruktiven Grundlage wurden in den folgenden Jahren eine konsistente „fast-motion approximation“ durchgeführt, z.B. von Thibault Damour [20]. Konradin Westphal [21] gelang die konkrete Berechnung der dritten Näherung („post-post-linear“) für ungeladene oder geladene Teilchen mit der anschließenden Bestätigung der Quadrupolformel, nach dem Übergang zu kleinen Geschwindigkeiten. Dies brachte endlich das notwendige Vertrauen in den Formalismus. Aus diesen Arbeiten wird deutlich, welcher enormer Aufwand für das Problem der „radiation reaction“ getrieben werden muss – sowohl was die theoretischen Grundlagen angeht, als auch bei der konkreten Rechnung.

### Detektoren für Gravitationswellen, Chancen für den Nachweis

Der Binär-Pulsars hat gezeigt, dass auch dieser extreme Fall einer „rotierenden Hantel“ für einen direkten Nachweis von Gravitationswellen noch nicht ausreicht. Dafür kommen nur „finale“ Ereignisse, wie etwa die Kollision von Neutronensternen in Frage. Gesucht sind also Binärsysteme im Endzustand. Die Frage ist nun, wie häufig dieser Fall eintritt. Momentan sind 5 Binär-Pulsare bekannt, nur zwei davon sind „relativistisch“. 2003 wurde von Burgay et al. ein Doppel-Pulsar entdeckt: PSR J0737-3039 im Sternbild Puppis [22]. Er ist schwächer als PSR 1913+16, dafür aber mit 2000 Lj etwa 10mal näher, was genauere Messungen ermöglicht. Der Abstand liegt beim 2fachen der Mond-Entfernung, die Umlaufzeit beträgt 2,4 Stunden und die Pulsare rotieren in 0,0227 ms bzw. 2,8 s. Wie die enorme Periheldrehung von 16°/Jahr zeigt, ist das System hochrelativistisch. Eine Kollision ist in 85 Mio. Jahre zu erwarten.

Am Ende kommt zu einem dramatischen Anwachsen der Gravitationsstrahlung. Durch Modellrechnungen konnte gezeigt werden, dass die letzten 20 Umläufe entscheidend sind [23]. Wie der jüngste Fall zeigt, sind wahrscheinlich viele nahe (schwache) Quellen unbekannt. Die Kollisionsrate könnte 10mal größer sein, als bisher angenommen. Man rechnet heute mit ca. 1–2 Ereignissen pro Jahr. Es lohnt sich also, mit geeigneten „Antennen“ Ausschau zu halten.

Dies ist der Grund, weshalb momentan (vor allem in den USA) Geld in die experimentelle Gravitationswellenforschung gesteckt wird. Treibende Kraft ist hier der Astrophysiker Kip Thorne. Die modernen Anlagen unterscheiden sich aber grundlegend von den Weberschen Alu-Zylindern. Es handelt sich um riesige Michelson-Interferometer mit Armlängen von bis zu 4 km, wie bei den beiden amerikanischen LIGO-Anlagen in Hanford und Livingston (Tab. 1). Seit 2001 ist auch ein deutsches Interferometer in Betrieb: GEO600 bei Hannover.

Anlage	TAMA	GEO600	LIGO	VIRGO	LISA
Standort	Mitaka (Japan)	Hannover (Deutschland)	Hanford, Livingston (USA)	Pisa (Italien)	Weltraum
Armlänge	300 m	600 m	4 km	3 km	5 Mio. km
Start	2000	2001	2001	2002	>2014

Tab. 1: Detektoren für Gravitationswellen

Die verwendeten Laserstrahlen werden vielfach reflektiert bevor sie interferieren. Der Durchgang einer Gravitationswelle zeigt sich einer relativen Veränderung der Armlängen. Der direkte Nachweis scheint bei

explosiven Quellen (Kollision von Neutronensternen oder Schwarzen Löchern, Supernovae) nur eine Frage der Zeit. Kontinuierliche Quellen (enge Doppelsterne) werden wohl noch einige Zeit nicht direkt nachweisbar sein.

Für 2014 ist der Start von LISA geplant, einem Weltraum-Interferometer mit einer Armlänge von 5 Mio. km (Abb. 4) [24]. Die nachweisbaren Wellenlängen hängen direkt mit der Armlänge zusammen. Diese sind über die Lichtgeschwindigkeit mit der Frequenz gekoppelt ( $\lambda \cdot \nu = c$ ). Demnach ist LIGO für die „hohen Töne“ ( $10^2$  Hz) und LISA für die „tiefen Töne“ ( $10^{-2}$  Hz) zuständig. In Zukunft wird ein Antennenverbund (wie in der Radioastronomie üblich) die Empfindlichkeit noch steigern.

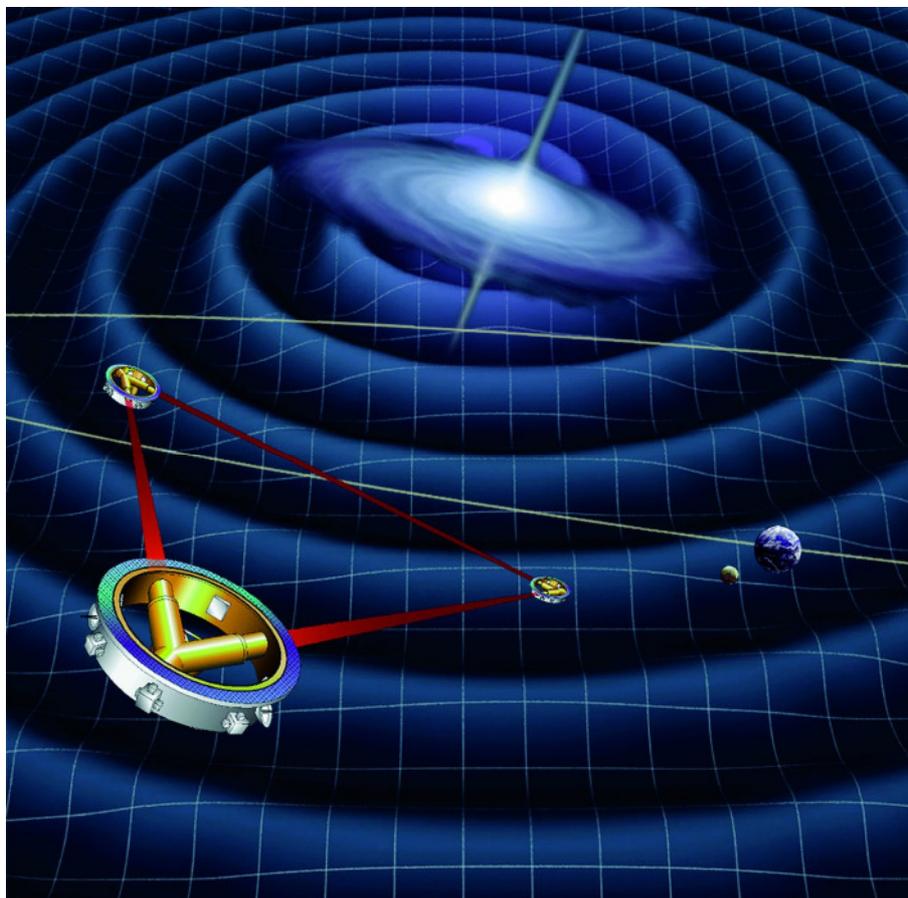


Abb. 4: Der geplante Gravitationswellendetektor LISA.

### Fazit

Die ART hat unbestritten beachtliche Erfolge vorzuweisen, sowohl in theoretischer als auch in experimenteller Hinsicht: Zu nennen sind Kosmologie, Schwarze Löcher, „lineare Effekte“ (Lichtablenkung, Periheldrehung, Gravitationsrotverschiebung), post-Newtonsche Bewegung (EIH) – und hoffentlich auch bald der direkte Nachweis von Gravitationswellen.

Dies darf aber nicht darüber hinwegtäuschen, dass nur ein kleiner Teil der ART theoretisch ergründet ist. Dies liegt an ihrer enormen mathematischen Komplexität. Zugänglich sind nur einzelne Bereiche, wie etwa exakte Lösungen hoher Symmetrie. Hier spielt auch die Frage der physikalischen Interpretation eine große Rolle. Aber auch philosophische Probleme sind nicht vom Tisch, wie etwa die Realisierung des Machschen Prinzips oder die Frage, warum es gekrümmte materiefreie Räume gibt. Ebenso ist nur ein kleiner Bereich der ART experimentell getestet. Die „klassischen“ Effekte wie z.B. die Periheldrehung beruhen alle auf der linearen Näherung – und spiegeln damit nur einen äußerst beschränkten Teil der ART wider.

Viele Fragen sind noch offen. Trotzdem darf man auf die weitere Entwicklung gespannt sein. Neben der Kosmologie (Stichwort „beschleunigte Expansion“, nebst Wiederbelebung der kosmologischen Konstanten), den Schwarzen Löchern (als nachgewiesene Endzustände von Sternen oder im Zentrum von Galaxien) ist die Gravitationswellenforschung vielversprechend. Einstein hätte sicher seine Freunde daran, dass seine Theorie der Gravitationswellen mit großem Aufwand verfolgt wird.

## Literatur

- [1] Einstein, A. (1916), Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin, 688-696
- [2] Einstein, A. (1918), Über Gravitationswellen, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin, 154-167
- [3] Eddington, A. (1922), Propagation of Gravitational Waves, Proc. Roy. Soc. **A102**, 268-282
- [4] Born, M. (1971), The Einstein Born Letters, MacMillan, London, Brief Nr. 71
- [5] Infeld, L. (1941), Quest – The Evolution of a Physicist, Gollancz, London, 239-244
- [6] Einstein, A., Rosen, N. (1937), On Gravitational Waves, Journal of the Franklin Institute **223**, 43-54
- [7] Einstein, A., Infeld, L., Hoffmann, B. (1938), The Gravitational Equations and the Problem of Motion, Ann. Math. **39**, 65-100
- [8] Hu, N. (1947), Radiation Damping in the Gravitational Field, Proc. Roy. Irish Acad. **51A**, 87-111
- [9] Eisenstaedt, J. (1986), The Low Water Mark of General Relativity, 1925-1955”, in: Howard, D., Stachel, J. (Hsg.), Einstein and the History of General Relativity, Birkhäuser, Boston, 277-292
- [10] Bondi, H. (1962), Radiation from isolated systems, in: Infeld, L. (Hsg.) Relativistic Theories of Gravity, Proceedings of the Warsaw conference, July 25-31, 1962, Gauthier-Villiers, Paris, 519-533
- [11] Havas, P., Goldberg, J. N. (1962), Lorentz-Invariant Equations of Motion of Point Masses in the General Theory of Relativity, Phys. Rev. **128**, 398-414
- [12] Bertotti, B., Plebanski, J. (1960), Theory of Gravitational Perturbations in the Fast Motion Approximation, Ann. Phys. **11**, 169-200
- [13] Burke, W., Thorne, K. S. (1970), Gravitational Radiation Damping, in: Carmeli, M., Fickler, I., Witten, L. (Hsg.), Relativity, Plenum Press, New York, 209-228
- [14] Weber, J. (1960), Detection and Generation of Gravitational Waves, Phys. Rev. **117**, 306-313
- [15] Weber, J. (1969), Evidence of Discovery of Gravitational Radiation, Phys. Rev. Lett. **22**, 1320-1324
- [16] Hulse, R. A., Taylor, J. H. (1975), Discovery of a Pulsar in a Binary System, Astrophys. J. (Letters) **195**, L51-L53
- [17] Taylor, J. H., McCulloch, P. M. (1980), Evidence for the Existence of Gravitational Radiation from Measurements of the Binary Pulsar PSR 1913+16, in: Ehlers, J., Perry, J., Walker, M. (Hsg.), Proceedings of the 9<sup>th</sup> Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, New York Academy of Sciences, New York, 442-446
- [18] Ehlers, J., Rosenblum, A., Goldberg, J., Havas, P., Comments on Gravitational Radiation and Energy Loss in Binary Systems, Astrophys. J. (Letters) **208**, L77-L81 (1976)
- [19] Walker, M., Will, C. M., The Approximation of Radiative Effects in Relativistic Gravity: Gravitational Radiation Reaction and Energy Loss in Nearly Newtonian Systems, Astrophys. J. (Letters) **242**, L129-L133 (1980)
- [20] Damour, T. (1983), Gravitational Radiation Reaction and the Quadrupole-Formula Controversy, Phys. Rev. Lett. **51**, 1019-1021
- [21] Westpfahl, K., High-Speed Scattering of Charged and Uncharged Particles in General Relativity, Fortschr. Phys. **33**, 417-493 (1985)
- [22] Burgay, M., et al. (2003), A Highly Relativistic Binary Pulsar Enhancing the Cosmic Neutron-star Merger Rate, Nature **426**, 531
- [23] Frank. A. (2000), The Dynamic World of General Relativity, Sky & Telescope, October 2000, 50-56
- [24] NASA-Webseite zur LISA-Mission: <http://lisa.jpl.nasa.gov>